

# Skalenfreie Netze



Komplexe Netze von Beziehungen der verschiedensten Art gehorchen gemeinsamen Organisationsprinzipien. Diese Erkenntnis ist auf vielen Gebieten von Nutzen: für die Entwicklung von Medikamenten ebenso wie für die Sicherheit des Internets.

Von Albert-László Barabási  
und Eric Bonabeau

Vernetzte Strukturen sind allgegenwärtig. Die Nervenzellen des Gehirns sind durch Synapsen miteinander verbunden; jede Zelle ihrerseits enthält zahlreiche Stoffe, die verbunden sind in dem Sinne, dass sie miteinander reagieren. Innerhalb von Gesellschaften gibt es Beziehungen unter Menschen in Form von Freundschaften, Verwandtschaften und beruflichen Bindungen. Oder die Elemente der vernetzten Struktur sind ganze Tier- und Pflanzenarten, deren – weniger freundschaftliche – Beziehung darin besteht, dass die eine die andere frisst. Weitere, technische Beispiele sind das Internet, Stromnetze und Transportsysteme. Selbst die Wörter der Sprache, in der wir Ihnen diese Gedanken übermitteln, stehen miteinander in syntaktischer Beziehung.

Wir wollen Sie in diesem Artikel einladen, alle derartigen Strukturen von einem sehr abstrakten Standpunkt aus zu betrachten. Menschen, Nervenzellen, Websites und so weiter sind nichts weiter als Knoten in einem gedachten Netz (*network*), und die Beziehungen zwischen ihnen, so verschiedenartig sie im konkreten Fall sein mögen, sind einfach Fäden (»Kanten«) zwischen den Knoten. Damit ist die Fülle der jeweiligen Realität reduziert auf das, was die Mathematiker einen Graphen nennen. Unter dieser Betrachtungsweise treten zwischen den

unterschiedlichsten Netzen überraschende Gemeinsamkeiten zu Tage.

Überraschend auch für die Fachleute. Denn trotz ihrer Allgegenwart und großen Bedeutung sind Struktur und Eigenschaften solcher Netze bislang kaum verstanden. Wie kann das Zusammenspiel einiger defekter Knoten in dem komplizierten biochemischen Netz einer Körperzelle zu Krebs führen? Wie kommt es zu der explosionsartigen Ausbreitung von Gerüchten, Epidemien und Computerviren in sozialen und Kommunikationssystemen? Wie kommt es, dass einige Netze selbst dann noch funktionieren, wenn die übergroße Mehrheit ihrer Knoten ausfällt?

Neuerdings gibt es erste Antworten. In den letzten Jahren entdeckten Wissenschaftler unterschiedlicher Disziplinen, dass viele Netze – vom World Wide Web bis hin zum Stoffwechselsystem einer Zelle – durch eine relativ geringe Zahl von sehr großen Knoten beherrscht werden, das heißt solchen, die mit besonders vielen anderen verbunden sind. (Die »Größe« eines Knotens ist die Anzahl der Verbindungen, die von ihm ausgehen.) Solche prominenten Knoten werden als »Naben« (*hubs*) bezeichnet, in Anspielung auf die vielen Speichen, die von einer Fahrradnabe ausgehen. Netze dieser Art weisen in aller Regel eine Eigenschaft auf, die »skalenfrei« (*scale-free*) genannt wird.

Ein besserer Name wäre »maßstabslos«. Gemeint ist nämlich: In skalenfreien Netzen gibt es keine Knotengröße,

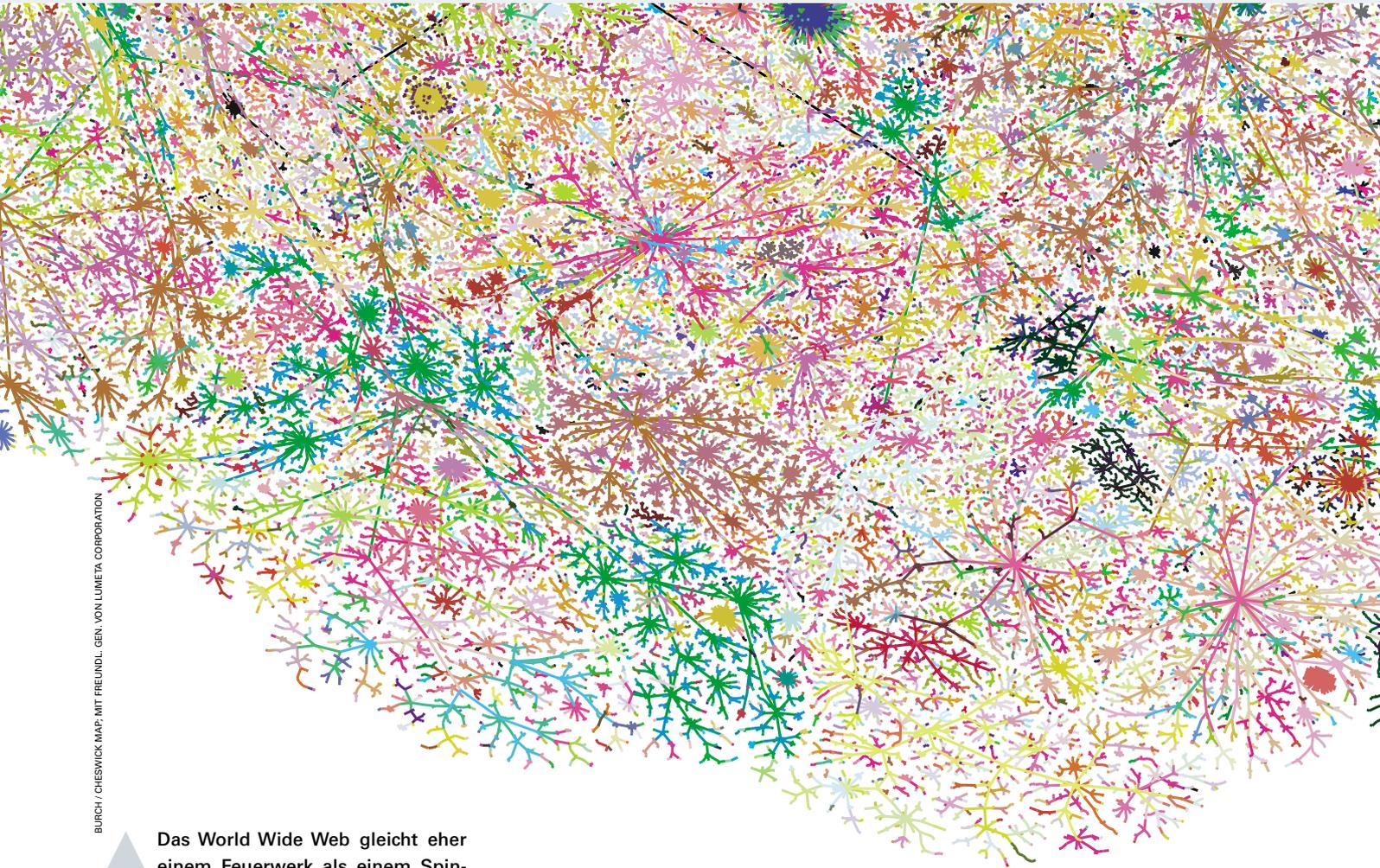
die als »normal« und damit als Maßstab gelten könnte. Es ist also nicht etwa so, dass die überwiegende Mehrheit aller Knoten die Größe – sagen wir – 6 hätte und die anderen von dieser Größe mehr oder weniger zufällig nach unten abweichen. Vielmehr sind die Knoten umso zahlreicher, je kleiner sie sind, und zwar so, dass keine Größe bevorzugt ist (Einzelheiten siehe unten).

Skalenfreie Netze haben regelmäßig – vorhersagbar – einige gemeinsame Eigenschaften. So sind sie bemerkenswert widerstandsfähig gegen zufällige Funktionsstörungen, aber äußerst anfällig gegenüber koordinierten Angriffen.

Im Gegensatz zu früheren Theorien finden wir nun in sehr unterschiedlichen komplexen Systemen gemeinsame Prinzipien. Deren Kenntnis ist in Anwendungen umsetzbar. So findet man neue Strategien zur Entwicklung von Medikamenten, zum Schutz des Internets vor Hacker-Angriffen und zur Eindämmung tödlicher Epidemien.

## Netze ohne Maßstab

Die traditionelle Theorie der komplexen Netze beginnt mit den Arbeiten zweier ungarischer Mathematiker, des unvergleichlichen Paul Erdős (1913–1996) und seines engen Mitarbeiters Alfréd Rényi (1921–1970). In einer Veröffentlichung von 1959 präsentierten sie für Netze, wie man sie in Nachrichtentechnik und Biologie betrachtet, ein einfaches und elegantes Modell: Ein Zufallsprozess knüpft Verbindungen innerhalb



BURCH / CHESWICK MAP, MIT FREUNDL. GEN. VON LUMETA CORPORATION

Das World Wide Web gleicht eher einem Feuerwerk als einem Spinnennetz: Aus einzelnen Knoten sprießen sehr viele Linien, die ihrerseits nur an einem einzigen Knoten enden. Abgebildet ist eine Momentaufnahme vom 6. Februar 2003, die (direkte und indirekte) Verbindungen von einer Test-Website zu 100 000 anderen enthält. Ähnliche Adressen sind durch gleiche Farben gekennzeichnet.

einer vorgegebenen Menge von Knoten. Der Zugang war so fruchtbar, dass die Graphentheorie zu neuem Leben erwachte und die »Theorie der zufälligen Netze« zu einem veritablen Zweig der Mathematik heranwuchs.

Wie bei Zufallsprozessen üblich, herrscht unter den Knoten Chancengleichheit: Jede der Verbindungen, die durch den Zufallsprozess etabliert werden, trifft jeden der Knoten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Im Ergebnis sind die Verbindungen ziemlich gleich verteilt, und die relativen Abweichungen werden mit zunehmender Anzahl der Verbindungen immer geringer. Sortiert man die Knoten nach Größe (sprich An-

zahl ihrer Verbindungen), so ergibt sich die so genannte Poisson-Verteilung: Die Kurve ist glockenförmig, die Größen der Knoten häufen sich um einen Mittelwert herum, und Knoten mit viel mehr oder viel weniger Verbindungen sind eher die Ausnahme. (Wenn dieser Mittelwert selbst eine große Zahl ist, dann ist die Kurve der Poisson-Verteilung von der bekannten Gauß'schen Glockenkurve kaum zu unterscheiden.) Netze dieser Art nennt man auch »exponentiell«, weil die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Knoten mit genau  $k$  anderen Knoten verbunden ist, mit wachsendem  $k$  exponentiell abnimmt.

Für diese Netze hat sich der Name »zufällige Netze« (*random networks*) eingebürgert, der inzwischen irreführend ist: Auch die skalenfreien Netze stellt man sich durch einen Zufallsprozess entstanden vor – aber eben einen anderen.

Ein zufälliges Netz im Sinne von Erdős und Rényi erwarteten wir auch zu finden, als wir 1998 gemeinsam mit Hawoong Jeong und Réka Albert von der Universität von Notre Dame (Indiana)

das World Wide Web zu kartieren begannen. Die Voraussetzungen schienen zweifelsfrei erfüllt: Ein Mensch, der sich zu entscheiden hat, mit welchen anderen Seiten im Internet er seine ins Netz gestellten Dokumente per Hyperlink verbinden soll, wird sich in erster Linie von seinen persönlichen Interessen leiten lassen. Angesichts der großen Anzahl an Teilnehmern und Websites ist das Muster der Einzelinteressen von einem Zufallsmuster nicht zu unterscheiden – dachten wir.

Die Messungen widerlegten diese Erwartung. Für unser Vorhaben hatten wir ein Programm geschrieben, das von einer Internetseite zur nächsten springt und dabei so viele Verbindungen sammelt, wie es nur kann. Aus den so gesammelten Daten erstellte es ein Verknüpfungsschema, eine Art abstrakter Landkarte, die zwar nur einen winzigen Ausschnitt des Internets wiedergab, aber gleichwohl eine Überraschung bot: Das World Wide Web wird im Wesentlichen von sehr wenigen, sehr großen (verbindungsreichen) Knoten zusammengehal-

▷ ten (Bild S. 63). Mehr als 80 Prozent der Seiten auf unserer Karte haben weniger als vier Verknüpfungen, aber eine kleine Minderheit von weniger als 0,01 Prozent aller Knoten jeweils mehr als tausend! Eine spätere Suche fand sogar ein Dokument, auf das mehr als 2 Millionen anderer Seiten verweisen.

Darüber hinaus ergab die Sortierung der Internetseiten nach Größe, dass ihre Verteilung nicht exponentiell ist, sondern einem »Potenzgesetz« (*power law*) folgt: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebiger Knoten genau  $k$  Verbindungen aufweist, ist ungefähr proportional zu  $1/k^n$ . Wenn man die Zählung auf »eingehende« Verbindungen beschränkt, also Hyperlinks, die nicht auf der Website selbst stehen, sondern von anderen auf sie verweisen, ergibt sich für den Exponenten  $n$  etwa der Wert 2. Das heißt, Knoten mit  $k$  eingehenden Verbindungen sind ungefähr viermal so häufig wie solche mit der doppelten Anzahl  $2k$ .

Die Verteilungskurve eines Potenzgesetzes unterscheidet sich erheblich von den Glockenkurven, die für zufällige Netze typisch sind. Sie hat nicht das ausgeprägte Maximum bei der typischen Größe, sondern fällt monoton: Mit zunehmender Größe nimmt die Anzahl der Knoten ab. In einer doppeltlogarithmischen Darstellung erscheint sie als Gerade (Bild rechts oben). Von der Chancengleichheit der Zufallsnetze kann keine Rede mehr sein: Wenige Naben, wie Yahoo und Google im Internet, dominieren das ganze Netz.

In zufälligen Netzen kommen Naben nicht vor – sie sind einfach unmöglich. Dass wir bei unserer Kartierung des Internets derartig große Knoten vorfanden, war demnach ungefähr so überraschend, als wären wir bei einer Messung menschlicher Körpergrößen (die zweifelsfrei glockenförmig verteilt sind) auf eine be-

trächtliche Anzahl von Dreißigmeter-menschen gestoßen.

Ist die Aufmerksamkeit erst einmal geweckt, finden sich skalenfreie Netze allenthalben. Im Gegensatz zu unserer Untersuchung, die sich auf die Hyperlinks als Verbindungen konzentrierte, analysierten Michalis Faloutsos von der Universität von Kalifornien in Riverside, Petros Faloutsos von der Universität Toronto und Christos Faloutsos von der Carnegie-Mellon-Universität in Pittsburgh (Pennsylvania) die physikalische Struktur des Internets. Ein Knoten in diesem Netz ist ein Kommunikationsrechner (Router), und eine Verbindung ist ein (gewöhnliches oder Glasfaser-)Kabel zwischen Routern. Die drei Brüder, sämtlich Informatiker, fanden, dass dieses Netz ebenfalls skalenfrei ist.

### Sexualkontakte mit Potenzgesetz

Das gilt auch für soziale Netze. So untersuchten Wissenschaftler der Universitäten in Boston und Stockholm das Netz der Sexualkontakte zwischen Menschen und fanden auch hier eine Verteilung nach dem Potenzgesetz: Die meisten Menschen haben in ihrem Leben nur wenige Geschlechtspartner, einige wenige (die »Naben«) dagegen Hunderte. Eine neuere Untersuchung unter Leitung von Stefan Bornholdt vom Interdisziplinären Zentrum für Bioinformatik der Universität Leipzig ergab, dass das durch elektronische Post geknüpfte Netz – zwischen zwei Menschen besteht eine Verbindung, wenn sie einander eine E-Mail geschrieben haben – skalenfrei ist. Das Gleiche gilt, wenn als Verbindung unter Wissenschaftlern definiert wird, dass der eine den anderen in einer Veröffentlichung zitiert, wie Sidney Redner von der Universität Boston ermittelte.

Oder man nennt es eine Verbindung, wenn zwei Wissenschaftler gemeinsam eine Arbeit verfassen. Das so definierte

Netz ist skalenfrei für Angehörige unterschiedlichster Disziplinen, darunter Ärzte und Computerwissenschaftler, wie Mark Newman von der Universität von Michigan in Ann Arbor zeigte. Das bestätigte unsere eigenen Untersuchungen über Mathematiker und Neurologen. Interessanterweise ist die wahrscheinlich größte Nabe der Mathematikergemeinschaft Paul Erdős, der mehr als 1400 Artikel mit nicht weniger als 500 Koautoren verfasste.

Skalenfreie Netze gibt es auch im Geschäftsleben; als Verbindung zählt dabei eine Kooperations- oder Lizenzvereinbarung. Walter W. Powell von der Universität Stanford (Kalifornien), Douglas R. White von der Universität von Kalifornien in Irvine, Kenneth W. Koput von der Universität von Arizona und Jason-Owen Smith von der Universität von Michigan analysierten entsprechende Datenbanken der biotechnologischen Industrie der USA und entdeckten auch hier Naben: Unternehmen wie Genzyme, Chiron und Genentech haben eine unverhältnismäßig große Anzahl von Partnerschaften mit anderen Firmen. Forscher in Italien werteten eine von der Universität Siena erstellte Datenbank für die chemische Industrie aus, die Informationen über etwa 20 100 wissenschaftliche Kooperationsabkommen unter mehr als 7200 Einrichtungen umfasst. Sie fanden, dass die von Powell und seinen Kollegen entdeckten Naben tatsächlich zu einem skalenfreien Netz gehören.

Wesentlich abstrakter sind skalenfreie Netze in der Biologie. Ein Knoten in dem Netz ist ein Molekül, und eine Verbindung besteht zwischen ihnen, wenn beide an einer biochemischen Reaktion beteiligt sind. Gemeinsam mit Zoltán Oltvai, einem Zellbiologen von der Northwestern University in Evanston (Illinois), fanden wir eine skalenfreie Struktur im Stoffwechselsystem der Zellen von 43 verschiedenen Organismen aus allen drei Reichen des Lebens, darunter *Archaeoglobus fulgidus* (ein Archaeobakterium), *Escherichia coli* (ein Eubakterium) und *Caenorhabditis elegans* (ein Eukaryont). Das Stoffwechselsystem betraf die Energiegewinnung aus der Nahrung durch die Aufspaltung komplexer Moleküle in einer Zelle. Wir fanden, dass die meisten Moleküle nur in einer oder zwei Reaktionen eine Rolle spielen, während einige wenige »Naben«, darunter Wasser und Adenosintriphosphat

## IN KÜRZE

► **Zahlreiche komplexe Netze** haben eine wichtige Eigenschaft gemeinsam: Einige Knoten verfügen über sehr viele Verbindungen zu anderen, die meisten dagegen nur über sehr wenige. Es gibt keine typische Anzahl an Verbindungen pro Knoten. Dem Netz fehlt eine Skala, das heißt ein innerer Maßstab.

► **Skalenfreie Netze** weisen bestimmte typische Merkmale auf. Zum Beispiel sind sie unempfindlich gegen zufällige Störungen, aber anfällig gegen gezielte Angriffe.

Diese Erkenntnis ist nutzbar für **Anwendungen**, zum Beispiel für bessere Strategien zum Schutz des Internets gegen Computerviren.

# Autobahn- und Flugliniennetz der USA

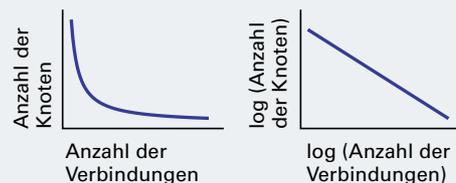
Ein typisches Zufallsnetz ist das Autobahnnetz der USA (links, vereinfacht). Trägt man die Anzahl der Knoten mit einer, zwei, drei ... Verbindungen in einem Diagramm auf, ergibt sich eine Glockenkurve: Die meisten Knoten haben annähernd dieselbe Anzahl an Verbindungen. In skalenfreien Netzen wie dem Flugliniennetz der USA (rechts, vereinfacht) ist die Verteilungsfunktion dagegen monoton fallend und erscheint in der doppeltlogarithmischen Darstellung als Gerade: Es gibt wenige verbindungsreiche Knoten (»Naben«) und viele verbindungsarme.



Zufallsnetz



skalensfreies Netz



(ATP), an der Mehrzahl aller Reaktionen beteiligt sind.

Auch die Proteine einer Zelle bilden ein skalenfreies Netz. Dabei werden zwei Proteine als verbunden angesehen, wenn sie (soweit wir wissen) miteinander reagieren. Die Bäckerhefe, eine der einfachsten Zellen mit Zellkern, enthält Tausende von Proteinen, die zu einem skalenfreien Netz verknüpft sind: Die meisten von ihnen reagieren lediglich mit einem oder zwei anderen, aber manche binden sich physikalisch an eine immense Anzahl anderer Proteine (Bild S. 69). Ähnliche Verhältnisse zeigten sich auch bei den Proteinen eines ganz anderen Organismus, des einfachen Bakteriums *Helicobacter pylori*.

## Ursachen der Skalenfreiheit

Diese überreiche Ernte an skalenfreien Strukturen wirft eine wichtige Frage auf: Wie können so grundverschiedene Systeme wie eine Zelle und das Internet denselben Gesetzen genügen? Über ihre Skalenfreiheit hinaus haben diese Strukturen nämlich noch eine weitere merkwürdige Gemeinsamkeit: Aus noch unbekanntem Grund liegt der Wert des Exponenten  $n$  im Potenzgesetz  $1/k^n$  in der Regel zwischen 2 und 3.

Vor dieser Frage stellt sich noch eine andere: Warum kann die hoch gelobte Theorie zufälliger Netze die Existenz von Naben nicht erklären? Bei näherer Betrachtung stellt sich heraus, dass zwei wesentliche Voraussetzungen des ursprünglichen Modells von Erdős und Rényi nicht erfüllt sind.

Erstens gingen die beiden Ungarn davon aus, dass alle Knoten von Beginn

an vorhanden sind und die Verbindungen erst danach geknüpft werden. Dagegen ist die Anzahl der Dokumente im Internet alles andere als konstant. Immerhin ist das World Wide Web in wenig mehr als zehn Jahren von null auf mehr als drei Milliarden Seiten angewachsen. Auch sexuelle oder wissenschaftliche Beziehungsnetze legen dadurch zu, dass stets Neulinge eine Beziehung suchen. Ein neuer Router im Internet wartet nicht, bis ihn das Zufallsereignis einer Verbindung trifft, sondern wird gezielt an einen anderen Router angeschlossen, der bereits im Netz hängt. Allgemein gilt: Je älter ein Knoten ist, desto mehr Gelegenheiten hatte er, sich eine Verbindung zuzulegen. Aus diesem Grund sind tendenziell die Knoten umso größer, je länger sie schon im Netz sind.

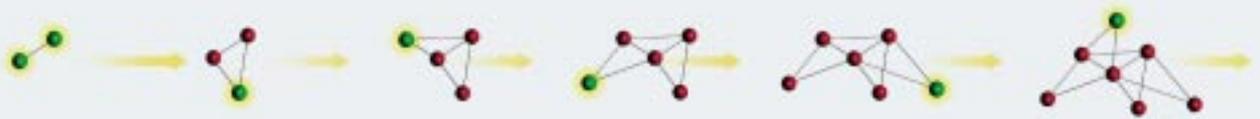
Zweitens sind – über den Altersunterschied hinaus – nicht alle Knoten gleich. Wer eine neue Seite ins Internet stellt und sie an andere anbinden möchte, hat im Prinzip die Auswahl unter mehreren Milliarden Adressen. Davon kennen die meisten von uns aber nur einen winzigen Bruchteil, und zwar vorrangig die Seiten, die man leichter findet, weil sie schon viele Verbindungen haben. Indem man sich an diese bevorzugten Knoten hängt, bestärkt man noch diese Bevorzugung (Bild S. 66/67).

Diese »Verknüpfungsvorliebe für die Großen« (*preferential attachment*) gibt es auch anderswo. Im Internet schließt man neue Router bevorzugt an viel benutzte Router an, die typischerweise über eine größere Bandbreite verfügen. In der Biotech-Industrie der Vereinig-

ten Staaten üben die gut etablierten Firmen wie Genzyme eine größere Anziehungskraft für Kooperationen aus; jede bereits bestehende Zusammenarbeit erhöht wiederum die Attraktivität der Firma für künftige Partnerschaften. Viel zitierte Artikel in der wissenschaftlichen Literatur werden viel gelesen und, wenn sie dadurch als Grundlage neuer Arbeiten dienen, auch wieder zitiert. Dieses Phänomen nennt der bekannte Soziologe Robert K. Merton den »Matthäus-Effekt«: »Denn wer da hat, dem wird gegeben, dass er die Fülle habe; wer aber nicht hat, dem wird auch das genommen, was er hat« (Matthäus 13, Vers 12).

Diese beiden Mechanismen – Wachstum und Verknüpfungsvorliebe – helfen, die Existenz von Naben zu erklären: Neu auftretende Knoten verbinden sich bevorzugt mit den größeren Knoten, die bereits beliebten Stellen sammeln dadurch mit der Zeit noch mehr Verbindungen als ihre armen Nachbarn und werden demnach in der Tendenz eher zu Naben.

Gemeinsam mit Réka Albert haben wir mit Hilfe von Computersimulationen und Berechnungen gezeigt, dass ein wachsendes Netz mit Verknüpfungsvorliebe für die Großen tatsächlich skalenfrei wird und die Verteilung seiner Knotengrößen sich einem Potenzgesetz nähert. Dieses theoretische Modell ist zwar stark vereinfacht und muss noch auf den jeweiligen Einzelfall angepasst werden; aber es liefert immerhin den guten Ansatz einer Erklärung dafür, dass skalenfreie Netze in der realen Welt so allgegenwärtig sind. ▶



▷ Für ein biologisches System konnten Andreas Wagner von der University of New Mexico in Albuquerque und David A. Fell von der Oxford Brookes University in Oxford (England) diese Erklärung bestätigen: Sie fanden heraus, dass die größten Knoten zugleich die ältesten sind. Die meistverknüpften Moleküle im Stoffwechselnetz von *Escherichia coli* haben eine lange Evolutionsgeschichte. Einige stammen vermutlich noch aus der so genannten RNA-Welt (dem Zeitalter vor dem Auftreten der DNA), andere gehören zu den entwicklungsgeschichtlich ältesten Reaktionsketten.

Interessanterweise folgt die Verknüpfungsvorliebe in der Regel einem linearen Gesetz. Das heißt, ein neuer Knoten knüpft zwar seine Verbindungen zum bereits existierenden Netz nach dem Zufallsprinzip. Aber nehmen wir an, das

Netz enthält gleich viele Knoten der Größe 100 wie der Größe 50, dann ist die Vorliebe des neuen Knotens für die Großen gerade so groß, dass er doppelt so viele Verbindungen zu den Hunderterknoten etabliert wie zu den Fünfzigern. Der bereits erwähnte Sidney Redner hat gemeinsam mit anderen Forschern verschiedene Typen von Verknüpfungsvorliebe untersucht. Ihr Ergebnis: Wenn die Vorliebe schneller als linear mit der Knotengröße ansteigt, sodass ein doppelt so großer Knoten nicht nur die doppelte, sondern zum Beispiel die vierfache Beliebtheit genießt, dann zieht im Allgemeinen eine Nabe den Löwenanteil aller Verbindungen an sich. Man weiß zwar vorher nicht, wer dieser Sieger ist, aber am Ende ist das Netz im Wesentlichen sternförmig: In der Mitte sitzt der Sieger mit Verbindungen zu (fast) allen

anderen, die untereinander kaum verbunden sind.

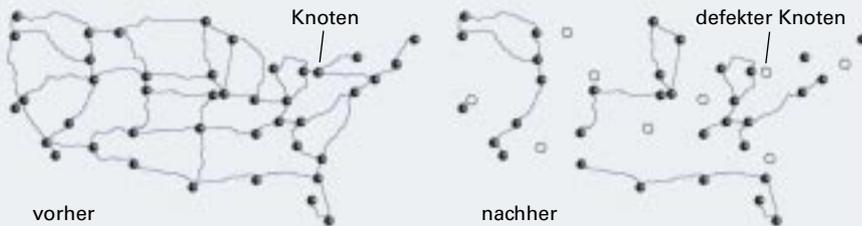
Da das alltägliche Funktionieren der Gesellschaft zunehmend von Strom- und Kommunikationsnetzen abhängig wird, erhebt sich immer öfter die besorgte Frage, wie zuverlässig diese Netze sind. Die gute Nachricht ist: Komplexe Systeme können erstaunlich robust gegen zufällig auftretende Störungen sein. Zu jedem beliebigen Zeitpunkt sind im Internet mehrere hundert Router außer Betrieb, ohne dass dies das Netz merklich beeinträchtigen würde. Lebende Systeme sind ähnlich robust: Der Mensch spürt es meistens überhaupt nicht, wenn viele seiner Zellen Mutationen erleiden oder ihre Funktion nicht mehr erfüllen. Woher kommt diese Robustheit?

**Zerstörbare Zufallsnetze**

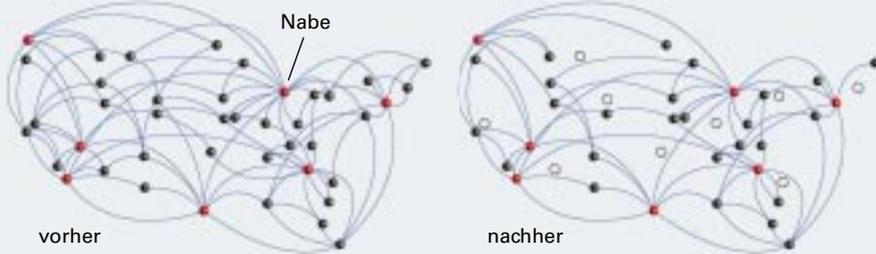
Wenn sehr viele Knoten ausfallen, muss das Netz irgendwann in lauter isolierte Teilstücke zerfallen – sollte man meinen. Für zufällige Netze trifft das zweifellos auch zu. Wird eine kritische Zahl von Knoten entfernt, dann zerbricht ein solches System in winzige Inseln, die keinen Kontakt miteinander haben. Skalenfreie Netze zeigen jedoch in Simulationen ein anderes Verhalten: Wenn man per Zufall bis zu 80 Prozent aller Router im Internet ausschalten würde, käme man auf dem verbleibenden Netz immer noch von jedem Knoten zu jedem anderen (Bild links). Ebenso schwierig ist es, das Netz der Proteinreaktionen einer Zelle zu zerreißen: Nach unseren Beobachtungen setzen selbst nach einer großen Anzahl zufällig gesetzter Mutationen die nicht betroffenen Proteine ihr Zusammenwirken fort.

Diese Robustheit skalenfreier Netze beruht – wen wundert's – auf ihrer Skalenfreiheit, genauer: darauf, dass die

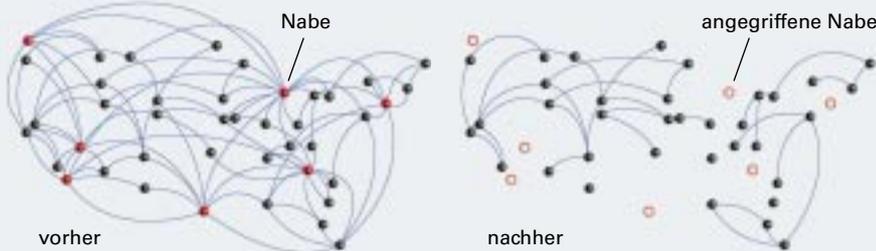
**zufälliges Netzwerk**



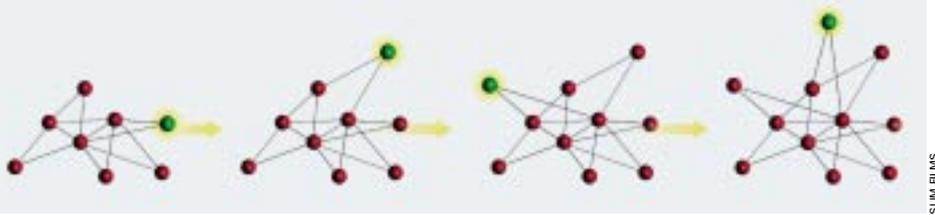
**skalenfreies Netzwerk**



**skalenfreies Netzwerk**



◀ Gegen zufällig auftretende Schäden ist ein skalenfreies Netz (Mitte) wesentlich unempfindlicher als ein Zufallsnetz (oben). Allerdings kann es durch einen gezielten Angriff auf seine Naben (unten) in Stücke gerissen werden.



Knoten mit abnehmender Größe immer zahlreicher werden. Ein zufälliger Ausfall trifft daher mit der größten Wahrscheinlichkeit die kleinsten Knoten, die zum Zusammenhalt des Netzes wenig oder gar nichts beitragen.

Wenn es aber doch eine Nabe trifft, ist der Schaden groß. In Simulationen fanden wir, dass bereits die Entfernung weniger wichtiger Naben aus dem Internet das Netz in lauter kleine Inseln zerlegen würde. Ähnlich im biochemischen Netz der Hefe: Wenn man (durch so genannte Knock-out-Gene) reich verknüpfte Proteine aus dem Stoffwechselsystem herausnimmt, stirbt die Zelle mit weitaus höherer Wahrscheinlichkeit, als wenn ein beliebiges Protein betroffen ist.

Die Widerstandsfähigkeit gegenüber Zufallsschäden und die Empfindlichkeit gegenüber gezielten Angriffen können je nach Situation ein Vorteil oder ein Nachteil sein. Erstere ist hilfreich sowohl für das Internet als auch für die Zelle. Wenn eine Krankheitserregerzelle eine empfindsame Nabe hat, dann könnte es ein Medikament geben, das durch Ausschalten dieser Nabe die ganze Zelle umbringt, ohne den Körperzellen des Menschen etwas anzutun. Andererseits könnte eine kleine Gruppe versierter Hacker das ganze Internet durch einen gezielten Angriff auf seine Naben lahm legen.

Nach neueren Untersuchungen geht das relativ schnell. Ein skalenfreies Netz bricht zusammen, wenn zwischen 5 und 15 Prozent seiner Naben zerstört werden. Nach unseren Simulationen würde ein Angriff auf das Internet, der die Naben der Reihenfolge nach zerstört – die größte zuerst, dann die zweitgrößte und so weiter –, bereits nach wenigen Treffern erheblichen Schaden anrichten. Es erscheint also zweckmäßig, diesen höchstverbundenen Knoten im Internet besonderen Schutz gegen böswillige Angriffe angedeihen zu lassen.

Die Verletzlichkeit eines Netzes hängt allerdings stark von seiner individuellen Struktur ab. So wäre eine eigene Untersuchung erforderlich, um beispielsweise die Frage zu beantworten, ob der Konkurs von Naben wie Genzyme und Genentech zum kompletten Zusammen-

▲ Ein skalenfreies Netz wächst von zwei auf elf Knoten an, indem jeder neue Knoten (grün) zwei Verbindungen zu bereits existierenden Knoten (rot) knüpft, und zwar mit umso höherer Wahrscheinlichkeit, je mehr Verbindungen der »empfangende« Knoten schon hat.

bruch der Biotech-Industrie der USA führen würde.

Ein Schaden ganz anderer Art, der ein Netz treffen kann, ist eine ansteckende Krankheit, wobei die Ansteckung entlang der Verbindungen des Netzes verläuft. Klassisches Beispiel sind die Geschlechtskrankheiten: Ein Knoten des sexuellen Beziehungsnetzes steckt nur diejenigen an, mit denen er Kontakt hat. Aber das abstrakte Modell ist allgemeiner; es passt auf Epidemien aller Art, Gerüchte, Moden und im Internet natürlich auch auf Computerviren.

### Unaufhaltsame Computerviren

Epidemiologen und Marketingexperten pflegen derartige Ausbreitungsvorgänge als Diffusionsprozesse zu modellieren: Ein Individuum ist umso stärker bedroht, je mehr von seinesgleichen in seiner unmittelbaren Umgebung bereits erkrankt sind und je höher die Kontagiosität, das heißt je ansteckender die Krankheit ist. Aus diesen seit Jahrzehnten studierten Modellen ergibt sich ein Schwellenwert für die Kontagiosität, der bestimmt, wie eine Epidemie in einer Population verläuft. Jedes Virus, jede Krankheit und auch jede Mode, die weniger ansteckend ist, als dieser Wert angibt, stirbt unweigerlich aus. Diejenigen jedoch, die ansteckender sind, verbreiten sich exponentiell und befallen schließlich das gesamte System.

Romualdo Pastor-Satorras von der Technischen Hochschule von Katalonien in Barcelona und Alessandro Vespigniani vom Internationalen Zentrum für Theoretische Physik in Triest haben vor kurzem diesen Schwellenwert für ein skalenfreies Netz berechnet und kamen zu dem erschreckenden Ergebnis, dass dieser Wert gleich null ist: Alle Viren, selbst

die, die kaum ansteckend sind, breiten sich unaufhaltsam im System aus und überdauern dort. Das erklärt, warum das Virus »I love you«, das bisher von allen Computerviren den größten Schaden anrichtete (immerhin legte es im Jahr 2000 das britische Parlament lahm), ein Jahr nach seiner angeblichen Ausrottung noch immer eines der verbreitetsten Viren war.

Ursache dieser Anfälligkeit ist die herausgehobene Stellung der Naben. Da sie zu vielen anderen Knoten Verbindungen haben, holt sich in der Regel mindestens eine von ihnen die Krankheit von einem ihrer zahlreichen Verbindungspartner. Dann aber gibt es kein Halten mehr: Die infizierte Nabe steckt über ihre vielen Verbindungen zahlreiche andere Knoten an, darunter auch weitere Naben, sodass die Krankheit das gesamte System befällt.

Da offensichtlich zahlreiche soziale Netze skalenfrei sind, sollte das den Epidemiologen und Gesundheitspolitikern zu denken geben. Demnach wäre nämlich eine herkömmliche Impfkampagne, bei der man nur einen Teil der Bevölkerung behandelt und darauf vertraut, dass damit die Ansteckungskette an genügend vielen Stellen unterbrochen wird, ineffektiv oder gar wirkungslos. Solange man nicht gezielt die Naben des Netzes ausschaltet, das heißt die entsprechenden Leute impft, bleibt das Netz zusammenhängend, und die Krankheit kann sich ausbreiten. Um durch Impfungen nach dem Zufallsprinzip das Netz wirksam zu zerreißen, müsste nahezu jeder geimpft werden (zum Beispiel bei Masern 90 Prozent der Bevölkerung), damit keine Nabe ausgelassen wird. Derselbe Effekt könnte durch die Impfung eines viel kleineren Bevölkerungsanteils erreicht werden – vorausgesetzt, alle Naben sind darunter.

Allerdings ist es sehr schwierig, in einem konkreten sozialen Netz die Naben ausfindig zu machen. Aber Reuven Cohen und Shlomo Havlin von der Bar-Ilan-Universität in Ramat-Gan (Israel) sowie Daniel ben-Avraham von der Clarkson-Universität in Potsdam (New York) fanden ein genial einfaches Näherungsverfahren: Man beginne mit wenigen zufällig ausgewählten Personen, wähle wiederum per Zufall einen kleinen Teil von deren persönlichen Bekannten, von den persönlichen Bekannten dieser Bekannten und so weiter. Unter ▷

▷ den so ausgewählten Personen sind mit hoher Wahrscheinlichkeit auch die Naben, denn diese stehen mit besonders vielen Personen in Verbindung. Selektiv nur diese Personen zu impfen ist ethisch nicht unproblematisch, denn viele Bekannte zu haben ist nicht gerade ein Verdienst, das eine Vorzugsbehandlung – wie die Impfung gegen eine gefährliche Krankheit – rechtfertigen würde. Aber in Ländern oder Regionen, in denen die Mittel zur Behandlung der gesamten Bevölkerung nicht zur Verfügung stehen, kann das aus pragmatischen Gründen die beste Strategie sein.

Wenn es nicht um eine Krankheit, sondern um eine Idee oder die Begeisterung für ein neues Produkt geht, wollen die Verfechter die Verbreitung natürlich nicht eindämmen, sondern fördern. Dass manche »Multiplikatoren« dabei wirksamer sind als andere, wissen die Marketingexperten schon lange. Aber mit der Theorie skalenfreier Netze können sie ihr Geschäft jetzt wissenschaftlich fundiert betreiben.

Bisher haben wir in der Theorie von solchen Einzelheiten abgesehen und die vielen Netzen gemeinsamen abstrakten Strukturen studiert. Dabei wurden er-

hebliche Erfolge erzielt. So hat die Erkenntnis, dass das Internet nicht ein Zufallsnetz, sondern skalenfrei ist, umfangreiche Aktivitäten zur Verbesserung seiner Funktion ausgelöst. Impfpläne haben ebenfalls von diesen abstrakten Modellen profitiert; wenn man die Vernetzungsstruktur des Geschäftslebens besser kennt, könnte man auch lawinenartige Zusammenbrüche, bei denen der Konkurs einer Firma viele andere mit in den Abgrund reißt, verstehen und vielleicht sogar beherrschen.

Ist denn nun praktisch jedes Netz skalenfrei? Keineswegs! Autobahnnetze

## Die Welt ist klein

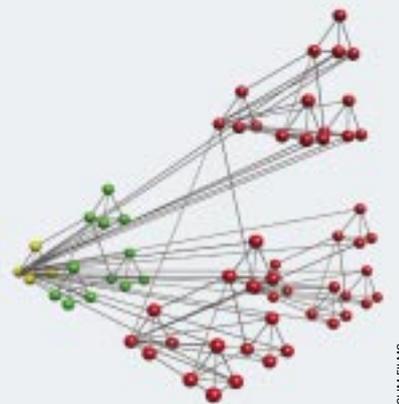
**Stanley Milgram, Sozialpsychologe** an der Harvard-Universität, schickte im Jahre 1967 Hunderte von Briefen an Menschen in Nebraska. Darin bat er sie, diese Nachricht an einen persönlichen Bekannten weiterzugeben, der sie wieder an einen Bekannten weiterreichen sollten, und so weiter, bis sie schließlich bei dem namentlich genannten Empfänger, einem Börsenmakler in Boston, eintreffen würde. Um die einzelnen Wege verfolgen zu können, bat er die Teilnehmer auch, ihm eine Postkarte zu schicken, so wie sie den Brief weitergeleitet hatten. Die Briefe, die schließlich ihren Bestimmungsort erreichten, hatten im Durchschnitt sechs Zwischenstationen durchlaufen – daher die populäre Vorstellung, dass zwei beliebige Personen nur sechs Stationen (»Händedrücke«) voneinander entfernt sind.

Einen so weit reichenden Schluss gibt Milgrams Arbeit nicht her (die meisten der Briefe hatten den Endempfänger nie erreicht); gleichwohl finden sich Eigenschaften einer »Kleinen Welt« in anderen Netzen. So konnten wir zeigen, dass zwei beliebige chemische Stoffe in einer Zelle fast immer über nur drei Reaktionen miteinander verbunden sind. Im World Wide Web mit seinen mehr als drei Milliarden Dokumenten liegen zwei Seiten typischerweise 19 Klicks auseinander.

**Hinter einer Kleinen Welt** steckt nicht unbedingt ein magisches Organisationsprinzip. Selbst ein großes Netz mit rein zufällig gesetzten Verbindungen hat in der Regel diese Eigenschaft. Stellen Sie

sich vor, Sie hätten hundert Bekannte. Kennt jeder von ihnen seinerseits hundert andere, dann sind bereits 10 000 Menschen lediglich zwei Händedrücke von Ihnen entfernt. Über drei Händedrücke erreichen Sie eine Million Menschen und über fünf Händedrücke reichlich anderthalbmal die gesamte Erdbevölkerung. So gesehen, scheint an der Regel von den sechs Händedrücken nichts Bemerkenswertes.

Aber die Sache ist etwas komplizierter. Für unsere Rechnung haben wir stillschweigend unterstellt, dass Ihre Bekannten sich untereinander nicht ken-



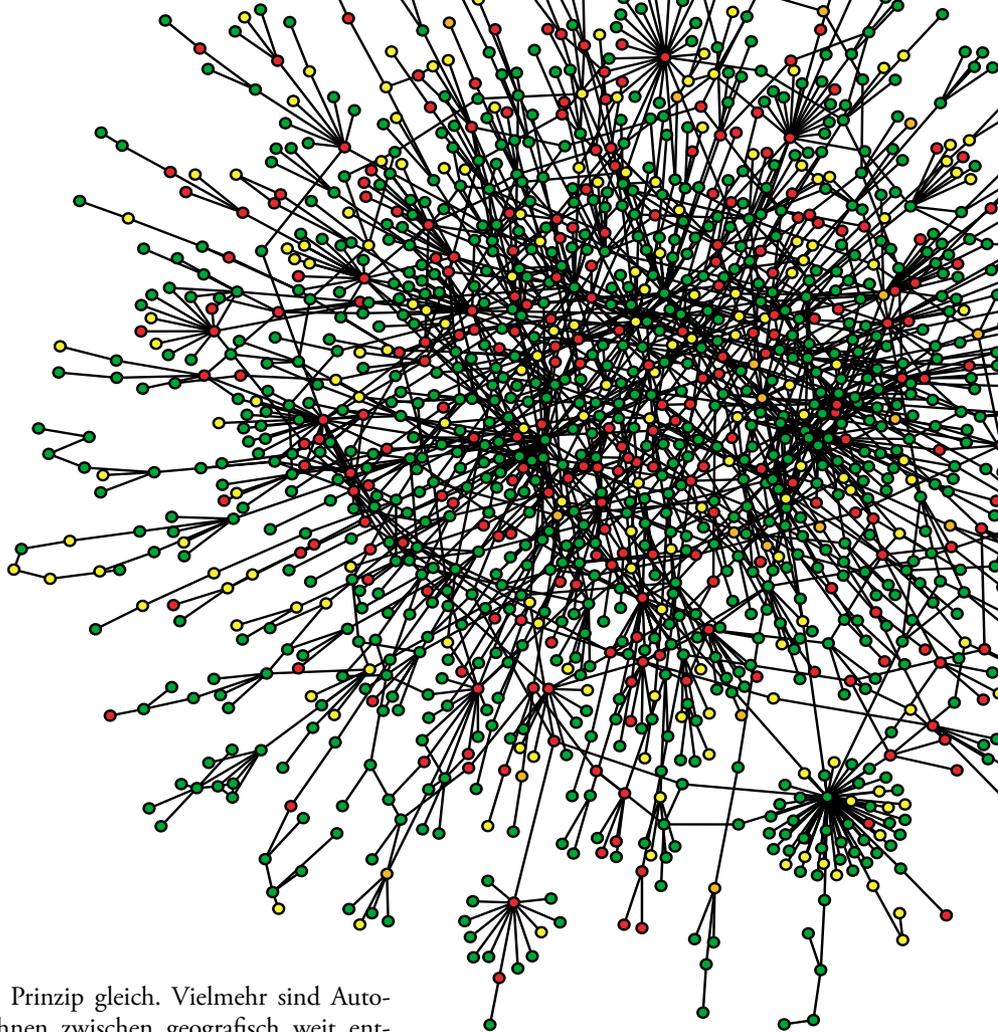
**Ein Cluster (gelbe Punkte) kann Bestandteil eines größeren, loserer Clusters sein (grüne und gelbe Punkte), der wiederum zu einem noch größeren Cluster (rote, grüne und gelbe Punkte) gehört. Im World Wide Web könnte zum Beispiel der kleinste Cluster sich um das Thema Liebesleben der Maikäfer ranken, der mittelgroße um Maikäfer allgemein und der große um Käfer.**

nen. In Wirklichkeit kommen schon in der zweiten Stufe weit weniger als 10 000 Menschen zusammen. Die Gesellschaft zerfällt in lose Gruppierungen (*clusters*), die durch Zugehörigkeit zur gleichen Schicht oder ähnliche Interessen zusammengehalten werden. Seit dem bahnbrechenden Werk von Mark Granovetter, damals Doktorand in Harvard, aus den 1970er Jahren wird dieses Faktum in der soziologischen Literatur intensiv diskutiert.

**Gruppenbildung (clustering)** kommt in den verschiedensten Netzen vor. Duncan Watts und Steven Strogatz, damals an der Cornell-Universität in Ithaca (New York), fanden sie 1998 im Stromnetz der USA ebenso wie im Nervensystem des Wurms *Caenorhabditis elegans*.

Auf den ersten Blick scheint diese Gruppenbildung dem Prinzip der Skalenfreiheit zu widersprechen – gerade die Naben mit ihren vielen Verbindungen würden solche isolierten Cluster ja ohne weiteres zusammenbinden. Wir konnten jedoch unlängst zeigen, dass die beiden Eigenschaften miteinander vereinbar sind: Ein Netz kann sowohl weit gehend in Gruppen aufgeteilt als auch skalenfrei sein, wenn nämlich winzige, eng verknüpfte Gruppen von Knoten sich zu größeren, weniger dicht vernetzten Haufen zusammenfinden (Bild). Dies scheint in einigen Systemen vorzukommen; so bestehen Clusters im World Wide Web aus Seiten zu ein und demselben Thema, die alle aufeinander verweisen, und in einer Zelle aus allen Molekülen, die an einer bestimmten Funktion beteiligt sind.

Das Netz der Proteine innerhalb einer Hefezelle. Rot gekennzeichnet sind lebensnotwendige Proteine (ihr Ausfall führt zum Zelltod), orange diejenigen, deren Ausfall das Zellwachstum verlangsamt. Die grün gekennzeichneten sind von geringerer Bedeutung, und die Funktion der gelben ist unbekannt.



MIT FREUNDLICHEN VON HAWOONG JEONG

und elektrische Hochspannungsleitungsnetze sind bedeutende Ausnahmen, ebenso Kristallgitter: Alle Atome haben annähernd die gleiche Anzahl von Bindungen zu ihren Nachbarn. Nahrungsnetze – zwei Tierarten gelten als verbunden, wenn eine die andere frisst – sind zu klein, als dass man klare Aussagen über ihren Typ treffen könnte. Dagegen ist das Netz der Neuronen im menschlichen Gehirn zwar alles andere als klein, aber noch nie auch nur annähernd repräsentativ aufgezeichnet worden, sodass wir auch dessen Natur nicht kennen.

Skalenfreiheit ist auch nur eine von vielen Eigenschaften eines Netzes, die es zu erforschen lohnt. Eine andere ist die maximale Weglänge (der »Durchmesser«). Gemeint ist die Anzahl der Schritte (von einem Knoten zum nächsten entlang einer direkten Verbindung), mit denen man von einem beliebigen Knoten des Netzes zu jedem beliebigen anderen kommt (Kasten links).

### Erdős-Zahlen der Mathematiker

Da Paul Erdős eine so ungewöhnlich große Nabe im Netz der Mathematiker war, haben sich seine Fachkollegen einen Spaß daraus gemacht, für jeden unter ihnen die »Erdős-Zahl« zu definieren: Das ist die Anzahl von Schritten, mit der man von dem entsprechenden Menschen zu Erdős kommt (eine Verbindung zwischen zwei Knoten besteht immer dann, wenn beide gemeinsam eine wissenschaftliche Arbeit veröffentlicht haben). Die meisten Mathematiker haben erstaunlich kleine Erdős-Zahlen.

Bei manchen Netzen sind die Voraussetzungen für die Skalenfreiheit nicht erfüllt, insbesondere die Hypothese, dass es nur von der bereits erreichten Größe (Verbindungsanzahl) eines Knotens abhängt, wie attraktiv er für neue Verbindungen ist, und im Übrigen die Verbindungen nach dem Zufallsprinzip geknüpft würden. So sind etwa bei einem Autobahnnetz nicht alle Verbindungen

im Prinzip gleich. Vielmehr sind Autobahnen zwischen geografisch weit entfernten Punkten sehr viel teurer als solche zwischen Nachbarstädten, weswegen in der Regel nur die Letzteren wirklich gebaut werden.

Oder die Knoten sind nicht alle gleich: Im Nahrungsnetz sind manche Beutetiere leichter zu fangen als andere und damit häufiger Ziel von Verbindungen. Der Fuchs wählt den Hasen zum Ziel seiner Aktivität, weil er ihn fangen kann und nicht etwa, weil der Hase schon bei anderen Raubtieren als Nahrung so beliebt ist. In sozialen Netzen gibt es Verbindungen verschiedener Qualität, sodass sich Krankheiten und Gerüchte viel schneller innerhalb einer Familie ausbreiten als unter flüchtig Bekannten. Es kommt auch vor, dass Verbindungen einander beeinflussen, etwa wenn durch einen Stau auf der (echten oder Daten-)Autobahn die Ausweichrouten überfüllt werden und dort der Verkehr ebenfalls zusammenbricht.

Für die Zukunft bietet die abstrakte Theorie eine Grundlage, auf der sich solche Abweichungen von der reinen Lehre mit Aussicht auf Erfolg studieren lassen. Hinzu kommt die häufig komplizierte und schwer durchschaubare Dynamik in solchen Netzen, deren Struktur mittlerweile recht gut verstanden ist. ◁



**Albert-László Barabási** (Bild) ist Professor für Physik an der Universität von Notre Dame (Indiana). Er erforscht das Verhalten einer Vielzahl komplexer Systeme, vom Internet über ein klatschendes Konzertpublikum bis zu Insektenkolonien und Sandhaufen. **Eric Bonabeau** ist leitender Wissenschaftler bei Icosystem, einer Beratungsfirma in Cambridge (Massachusetts), die Methoden der Komplexitätstheorie für das Geschäftsleben nutzt. Er ist einer der Autoren von »Virtuelle Ameisen als Software-Agenten« (Spektrum der Wissenschaft 5/2000, S. 72).

Ein Netz guter Beziehungen. Von Thilo Körkel in: Spektrum der Wissenschaft, März 2003, S. 12

Evolution of networks: from biological nets to the internet and WWW. Von J.F.F. Mendes und Sergei N. Dorogovtsev. Oxford University Press, 2003

All the world's a net. Von David Cohen in: New Scientist, Bd. 174, Nr. 2338 (13. April 2003), S. 24

Statistical mechanics of complex networks. Von Réka Albert und Albert-László Barabási in: Reviews of Modern Physics, Bd. 74, S. 47 (2002)

Linked: The new science of networks. Von Albert-László Barabási. Perseus Publishing, 2002

AUTOREN UND LITERATURHINWEISE