



Übung 4 zur Elektrodynamik Wintersemester 2014/15

HU-Berlin - Institut für Theoretische Biophysik



Tutoren: Benedikt Obermayer, Wolfgang Giese
(Benedikt.Obermayer@mdc-berlin.de, wolfgang.giese@biologie.hu-berlin.de)

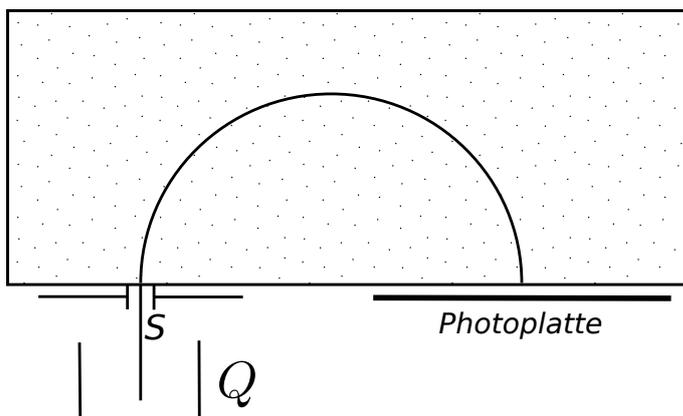
Abgabe Dienstag, 13.1.2015 in der Vorlesung

Aufgabe 1 *Magnetische Induktion (5 Punkte)*

Ein homogener Strom I durchfließt den Mantel eines unendlich langen Hohlzylinders mit dem Innenradius R_1 und dem Außenradius R_2 . Bestimmen Sie die magnetische Induktion \vec{B} mit Hilfe des 2. Ampère'schen Gesetzes für das Innere, den Mantel und den Bereich außerhalb des Hohlzylinders. Stellen Sie die magnetische Induktion \vec{B} in Abhängigkeit vom Abstand zur Achse des Zylinders da und fertigen sie dazu eine Skizze an.

Aufgabe 2 *Teilchen, Magnetfeld (5 Punkte)*

Teilchen der Masse M werden in einer Ionenquelle Q einfach ionisiert und durch die Spannung U beschleunigt. Sie treten durch einen Schlitz S in das Magnetfeld B senkrecht zur Zeichenebene ein (siehe Abbildung). Wo treffen sie auf die Photoplatte? Wie kann mit dieser Anordnung die Masse der Teilchen festgestellt werden?



Aufgabe 3 Vektorpotential (5 Punkte)

Konstruieren Sie ein Vektorpotential \vec{A} derart, so dass das resultierende magnetische Feld \vec{B} konstant ist und darüber hinaus nur Beiträge in x -Richtung aufweist.

Aufgabe 4 Extra-Aufgabe 2: Potential und Feld des Wasserstoffatoms (5 Punkte)

Die Wellenfunktion für das 1S-Orbital des Wasserstoffatoms ist aus der Quantenmechanik bekannt:

$$R_{1,0}(r) = 2 \left(\frac{Z}{r_B} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Zr}{r_B}\right)$$

und auch die Kugelflächenfunktion:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

Mit $Z = 1$ lässt sich daraus die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für einen infinitesimalen Raum dV bestimmen.

$$\begin{aligned} P_{1,0,0}dV &= R_{1,0}(r)^2 |Y_{0,0}|^2 dV \\ &= 4 \left(\frac{1}{r_B} \right)^3 \exp\left(-\frac{2r}{r_B}\right) \cdot \frac{1}{4\pi} \\ &= \frac{1}{\pi r_B^3} \exp\left(-\frac{2r}{r_B}\right). \end{aligned}$$

Wenn wir die Aufenthaltswahrscheinlichkeit mit der Elementarladung $-e$ eines Elektrons multiplizieren, können wir uns die resultierende Funktion als Ladungsdichte des Elektrons vorstellen:

$$\rho(r) = -\frac{e}{\pi r_B^3} \exp\left(-\frac{2r}{r_B}\right).$$

Die Kernladung e wird als punktförmig im Ursprung zentriert angenommen. Bestimmen sie mithilfe der resultierenden Gesamtladungsdichte:

- das elektrische Feld unter Verwendung des Gaußschen Gesetzes. Hinweis: Benutzen Sie Kugelkoordinaten.
- das Potential. Diskutieren Sie die Grenzfälle $r \ll r_B$, $r \gg r_B$.

Hilfe für die Integration: Es gilt allgemein

$$\int x^2 e^{ax} dx = e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) \quad \text{sowie} \quad \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{ax} \right) e^{-\frac{2x}{a}} dx = -\frac{1}{x} e^{-\frac{2x}{a}}.$$